



Szkoła z przyszłością

szkolenie współfinansowane przez Unię Europejską
w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego



Narodowe Centrum Badań Jądrowych, ul. Andrzeja Sołtana 7, 05-400 Otwock-Świerk

ĆWICZENIE	LABORATORIUM FIZYKI ATOMOWEJ I JĄDROWEJ
11	Pomiar stosunku e/m dla elektronów
Data pomiaru:	
Imię i nazwisko:	
Imię i nazwisko:	

1. CEL ĆWICZENIA

Celem ćwiczenia jest obserwacja ruchu elektronów w polach: elektrycznym kondensatora i magnetycznym wytworzonym przez dwie cewki Helmholtza w zależności od ich natężeń oraz wyznaczenie stosunku e/m .

2. UKŁAD DOŚWIADCZALNY

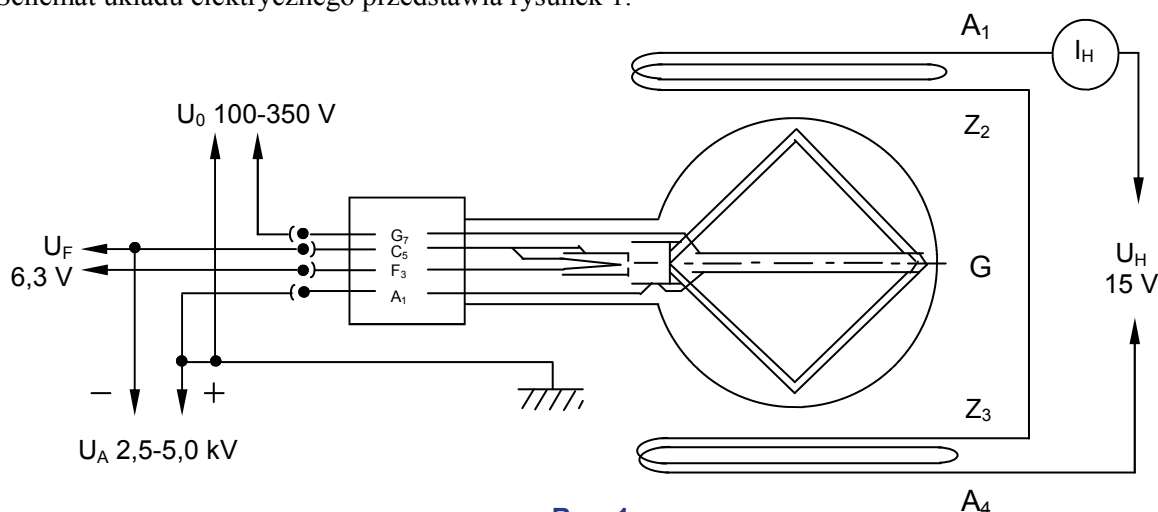
W tym ćwiczeniu ruch elektronów będziemy obserwować i mierzyć w tzw. lampie Thomsona. Korzystamy z kilku źródeł zasilania:

- zasilacz wysokiego napięcia (stałego) – do 5 kV – o symbolu 52 170, będący źródłem napięcia przyspieszającego elektrony w lampie,
- zasilacz wysokiego napięcia (stałego) – do 500 V – o symbolu 52 165, do wytwarzania silnego pola elektrycznego wewnątrz lampy, skierowanego prostopadle do kierunku ruchu elektronów,
- zasilacz niskiego napięcia (stałego) – do 15 V – o symbolu 52 150, zasilający cewki Helmholtz'a, ustawione po obu stronach lampy,
- źródło prądu zmiennego o napięciu 6,3 V, do zasilania układu żarzenia „działa elektronowego” w lampie - umieszczone na tylnej ścianie zasilacza 52 170.

Charakterystyka lampy:

- odległość płytek kondensatora $d = 8 \text{ mm} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$,
- długość boku płytki z luminoforem: $80 \text{ mm} = 80 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

Schemat układu elektrycznego przedstawia rysunek 1.



Rys. 1

3. WSTĘP TEORETYCZNY

Lampa Thomsona jest próżniową kulą ze szkła, w której znajduje się urządzenie („działo elektronowe”) wysyłające w przestrzeń dobrze skolimowaną wiązkę elektronów. Wiązka elektronów, mająca w tej lampie średnicę ok. 2 mm, „ślizga się” po powierzchni płata miki umieszczonego wewnątrz lampy próżniowej. Płatek miki pokryty jest luminoforem, pozwalającym śledzić kierunek i średnicę strumienia elektronów – widzimy na powierzchni miki barwny ślad wiązki elektronowej. Wprowadzamy prawoskrętny układ współrzędnych, w którym:

- oś X to kierunek ruchu elektronów,
- oś Y jest prostopadła do płaszczyzny cewek,
- oś Z jest prostopadła do kierunku ruchu elektronów i osi Y.

Elektrony poruszają się ruchem jednostajnym, równoległe do blaszek kondensatora, z prędkością v_x , zależną od energii, nadanej im przez napięcie anodowe, U_A , naszego „działa elektronowego”.

Elektrony w lampie poruszają się między dwiema równoległymi, płaskimi blaszkami. Jeżeli przyłożymy do nich stałe napięcie U_0 , to tworzymy naładowany kondensator płaski, wewnątrz którego istnieje pole elektryczne o natężeniu E , proporcjonalne do napięcia U_0 i zależne od odległości okładek d :

$$E = \frac{U_0}{d} \quad (1)$$

Wektor natężenia pola, a więc również wektor siły działającej na elektrony w lampie, jest prostopadły do okładek kondensatora, ma kierunek osi Z – siła działająca na elektrony będzie nam odchylać je albo „do góry”, albo „do dołu”, co można zaobserwować na powierzchni płytki z miki. Zwrot wektora siły zależy od tego, która z okładek kondensatora ma ładunek (+). Wielkość działającej na ładunek q siły F znamy:

$$F_E = eE = e \frac{U_0}{d} \quad (2)$$

Stała siła działająca na elektrony oznacza, że ruch elektronów, zgodny z kierunkiem pola E , będzie ruchem jednostajnie przyspieszonym, z przyspieszeniem

$$a = \frac{F_E}{m} = \frac{eE}{m} = e \frac{U_0}{m \cdot d} \quad (3)$$

Wypadkowa prędkość elektronu będzie złożeniem stałej prędkości w kierunku osi X v_x i prędkości w kierunku osi Z wynikającej z istnienia przyspieszenia a . Wypadkowy tor elektronów, widoczny na powierzchni miki, będzie parabolą w płaszczyźnie XZ. Podobne składanie prędkości występuje przy opisywaniu rzutu poziomego przedmiotu o masie m w ziemskim polu grawitacyjnym.

Po obu stronach lampy mamy dwa kołowe (o promieniu R) solenoidy (tzw. „cewki Helmholtza”), przez które możemy przepuszczać prąd elektryczny (stały) o natężeniu I_H . Gdy przez cewki, umieszczone równoległe do siebie w odległości $2R$ (w naszym zestawie, w płaszczyźnie XZ), płynie prąd I_H , to pomiędzy cewkami utworzone zostaje stałe pole magnetyczne, skierowane prostopadłe do płaszczyzny cewek, którego zwrot i natężenie zależy od kierunku oraz natężenia prądu w cewkach. Powstałe pole magnetyczne ma kierunek osi Y, co dla elektronów w lampie oznacza „w lewo” lub „w prawo”.

Na ładunek q , poruszający się z prędkością v w polu magnetycznym o indukcji B , prostopadłym do prędkości, działa siła F_B , prostopadła i do wektora B i do wektora prędkości, o wartości:

$$F_B = qvB \quad (4)$$

Siła F_B działać będzie w kierunku osi Z, powodując zakrzywienie toru elektronów, łatwo widoczne na płaszczyźnie miki. Tor elektronu w polu B jest bowiem okręgiem w płaszczyźnie XZ prostopadłej do kierunku wektora B .

Możemy więc, przez odpowiedni dobór prądu w cewkach, kompensować siłą F_B siłę F_E , działającą na elektron w wyniku istnienia w kondensatorze pola elektrycznego o wektorze E .

Manipulując jednocześnie polami możemy np. polem magnetycznym znieść odchylenie wiązki elektronów wywołane polem elektrycznym. Pomiary fizyczne, polegające na „zerowaniu” efektu, czyli takie, w których kompensujemy skutki pewnego oddziaływania innym oddziaływaniem, wyróżniają się bardzo dużą precyzją.

W kilku wersjach naszego ćwiczenia wyznaczamy wartość liczbowa stosunku e/m dla elektronów, mierząc elementy toru elektronów poruszających się z prędkością v prostopadłą do przyłożonych pól:

- elektrostatycznego o natężeniu E ,
- magnetycznego o indukcji B .

Wielkościami mierzonymi bezpośrednio są:

- napięcie anodowe „działa elektronowego”, od którego zależy prędkość elektronów v ;
- widoczne na płycie luminoforu elementy toru elektronów;
- napięcie przyłożone do płytek kondensatora odchylającego elektrony „do góry” lub „do dołu”;
- natężenie prądu w cewkach Helmholtza (potrzebne do wyznaczenia wartości indukcji pola magnetycznego B , kompensującego odchylenie wynikające z istnienia pola E).

Bezpośrednie pomiary pozwolą (przy zastosowaniu mianowanych stałych liczbowych, podanych przez producentów sprzętu dla aparatury z naszego zestawu) na oszacowanie liczbowych wartości sił działających na elektrony znajdujące się w polach E lub B .

Wszystkie wielkości podajemy w układzie SI, opartym o metr [m], kilogram [kg], amper [A] i sekundę [s].

Natężenie pola magnetycznego, H , powstałego na osi solenoidu (czyli bloku cewek o promieniu r), przez który płynie prąd I jest proporcjonalne do wyrażenia I/r . Dla danego r i znanej odległości pomiędzy płaszczyznami cewek wzór na wartość pola indukcji magnetycznej B (w weberach na m^2) jest następujący:

$$B = \mu_0 H = const \cdot I_H \quad [Wb / m^2] \quad (5)$$

W naszym zestawie aparaturowym wartość liczbowa B wynosi:

$$B = 4,17 \cdot 10^{-3} \cdot I_H [Wb/m^2],$$

$$B^2 = 17,39 \cdot 10^{-6} \cdot I_H^2,$$

jeżeli wartość natężenia prądu I_H podamy w amperach.

Wzór na wartość e/m wynika z prawa zachowania energii:

$$eU_A = \frac{mv^2}{2} \quad (6)$$

czyli:

$$\frac{e}{m} \cdot U_A = \frac{v^2}{2} \quad (7)$$

oraz prawa dynamiki ruchu po okręgu:

$$\frac{mv^2}{R} = evB \quad (8)$$

czyli:

$$\frac{e}{m} = \frac{v}{BR} \quad (9)$$

Z przyrównania:

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2}{2U_A} \quad (10)$$

$$\frac{e}{m} = \frac{1}{2U_A} \cdot \left(\frac{e}{m} \cdot BR \right)^2 \quad (11)$$

otrzymujemy wyrażenie:

$$\frac{e}{m} = \frac{2U_A}{B^2 R^2} \quad (12)$$

Oczekiwana wartość parametru e/m wynosi:

$$\frac{e}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} C}{9,1094 \cdot 10^{-31} kg} = 1,759 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (13)$$

4. PRZEBIEG DOŚWIADCZENIA

WARIANT 1

W tej wersji zadania dla danego natężenia prądu w cewkach Helmholtza dobieramy napięcie anodowe U_A w taki sposób, aby odchylona wiązka elektronów trafiała w punkt F (patrz rysunek 2 w ramce na stronie 7). Wtedy promień okręgu, po którym porusza się elektron wynosi R_F , przy czym $R_F^2 = 3200 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$. Zatem ćwiczenie wykonujemy w następujący sposób:

A) Ustalamy napięcie anodowe na ok. 4,5 kV.

B) Dobieramy tak I_H , aby osiągnąć punkt F.

C) Zmieniając I_H , dobieramy takie U_A , aby $R = R_F$.

D) Z wartości I_H oraz U_A obliczamy:

$$\frac{e}{m} = 3,594 \cdot 10^{10} \frac{U_A}{I_H^2} \quad (14)$$

E) Powtarzamy pomiary przy zmienionym kierunku prądu w cewkach. Wszystkie wyniki zapisujemy w tabeli 1.

F) Znając wartość ładunku elementarnego obliczamy prędkość elektronów v_x w przybliżeniu nierelatywistycznym i ewentualnie relatywistycznym (patrz uzupełnienie).

WARIANT 1a

Powtarzamy ćwiczenie kierując wiązkę w punkt odległy od F o $L = 40 \text{ mm}$ (patrz rys. 2). Wtedy $R = R_{40}$, gdzie $R^2 = 20000 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, a stosunek e/m wyznaczamy ze wzoru:

$$\frac{e}{m} = 5,76 \cdot 10^9 \frac{U_A}{I_H^2} \quad (15)$$

Wyniki pomiarów notujemy w tabeli 1a.

WARIANT 1b

Powtarzamy ćwiczenie kierując wiązkę w punkt E (rys. 2). Wtedy $R^2 = 800 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, a stosunek e/m wyznaczamy ze wzoru:

$$\frac{e}{m} = 1,44 \cdot 10^{11} \frac{U_A}{I_H^2} \quad (16)$$

Wyniki pomiarów notujemy w tabeli 1b.

WARIANT 2

A) Ustalamy napięcie anodowe U_A , np. 2,5 kV.

B) Ustalamy napięcie na kondensatorze U_0 .

C) Podajemy na cewki taki prąd I_H , aby kompensować zaobserwowane wychylenie.

D) Odłączamy napięcie U_0 , notujemy punkt przecięcia wiązki z krawędzią kwadratu z luminoforem (patrz rysunek 2), zapisujemy wartość L w tabeli 2.

Z wyzerowania biegu wiązki wiemy, że prędkość elektronów wynosi $v = E/B$, a z przyrównania sił działających na elektron mamy $mv^2/R = eVB$. W tej sytuacji stosunek e/m możemy obliczyć ze wzoru:

$$\frac{e}{m} = 0,72 \cdot 10^{10} \frac{U_0}{I_H^2 R} \quad (17)$$

Promień R możemy obliczyć ze wzoru (patrz ramka na stronie 7):

$$R^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{80^2 + L^2}{80 - L} \right)^2 \quad (18)$$

Uwaga: R oraz L są wyrażone w mm.

E) Obliczamy prędkość elektronów v korzystając ze wzorów podanych w uzupełnieniu na stronie 8.

WARIANT 3

A) Ustalamy U_A , np. 4,5 kV.

B) Ustalamy U_0 , np. 100 V.

C) Kompensujemy odchylenie prądem I_H .

D) Z kompensacji F_E i F_B mamy:

$$evB = e \frac{U_0}{d} \quad (19)$$

Z zasady zachowania energii:

$$e \cdot U_A = \frac{mv^2}{2} \quad (20)$$

otrzymujemy:

$$\frac{e}{m} = \frac{v^2}{2U_A} = \left(\frac{U_0}{d \cdot B} \right)^2 \frac{1}{2U_A} \quad (21)$$

Jeżeli stosujemy jednostki: U_0 – [V], U_A – [kV], I – [A], otrzymujemy zależność:

$$\frac{e}{m} = 4,5 \cdot 10^5 \frac{U_0^2}{U_A I_H^2} \quad (22)$$

E) Wyniki pomiarów notujemy w tabeli 3. Obliczamy prędkość elektronów v .

TABELA 1

Lp.	Prąd w cewkach I_H [A]	U_A/I_H^2	Wartość średnia U_A [kV]	Napięcie anodowe U_A [kV]					
				odchylenie „do góry”			odchylenie „do dołu”		
1.	1,1								
2.	1,0								
3.	0,9								
4.									
5.									
6.									
7.	0,5								
wartość średnia									
e/m									

TABELA 1a

Lp.	Prąd w cewkach I_H [A]	U_A/I_H^2	Wartość średnia U_A [kV]	Napięcie anodowe U_A [kV]					
				odchylenie „do góry”			odchylenie „do dołu”		
1.	0,2								
2.	0,3								
3.	0,4								
wartość średnia									
e/m									

TABELA 1b

Lp.	Prąd w cewkach I_H [A]	U_A/I_H^2	Wartość średnia U_A [kV]	Napięcie anodowe U_A [kV]					
				odchylenie „do góry”			odchylenie „do dołu”		
1.	1,3								
2.	1,2								
3.	1,1								
wartość średnia									
e/m									

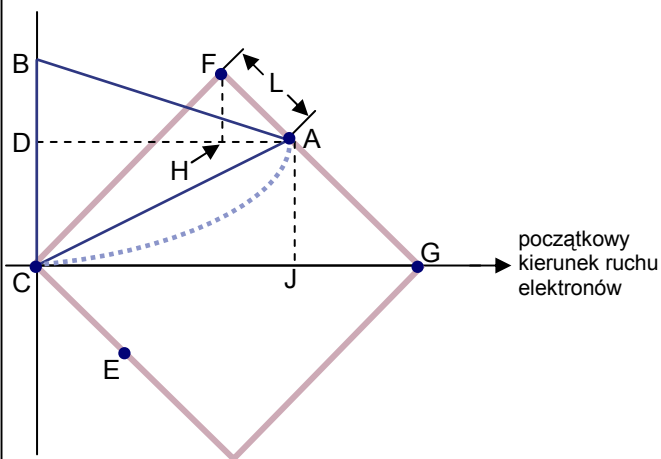
TABELA 2

Lp.	Napięcie anodowe U_A [kV]	Napięcie kondensatora U_0 [V]	Prąd cewek I_H [A]	L [mm]	R [mm]	e/m
1.	2,5					
		...				
wartość średnia						
2.	3,5					
		...				
wartość średnia						

TABELA 3

Lp.	Napięcie anodowe U_A [kV]	Prąd cewek I_H [A]	Napięcie kondensatora U_o [V]				Wartość średnia U_o [V]	e/m
1.	2,5							
		...						
wartość średnia								
2.	4,5							
		...						
wartość średnia								

WYPROWADZENIE WZORU WIĄZĄCEGO PROMIEŃ R I ODLEGŁOŚĆ L



Rys. 2

Ruch elektronu w polu magnetycznym odbywa się po okręgu o promieniu R :

- elektrony „wchodzą” na kwadrat w punkcie C,
- boki kwadratu $CF = FG = 80$ mm,
- punkt A to przecięcie toru elektronu z brzegiem kwadratu na powierzchni płata miki,
- odległość punktu A od rogu kwadratu, F, wynosi L ,
- początkowa prędkość elektronu ma kierunek przekątnej CG tego kwadratu,
- $AB = BC = R$.

W trójkącie ABC mamy dwie zależności:

$$(AB)^2 = (BD)^2 + (AD)^2 (*)$$

$$(AC)^2 = (AD)^2 + (DC)^2 (**).$$

Ponieważ w trójkącie ACF :

$$(AC)^2 = (AF)^2 + (FC)^2,$$

to przyjmując współrzędne punktu A za (x, z) mamy:

$$x^2 + z^2 = 80^2 + L^2.$$

Ponieważ $BD = R - z$, podstawienie na AD wartości z równania $(**)$ prowadzi do równania $(*)$ w postaci:

$$\begin{aligned} R^2 &= (R - z)^2 + (AC)^2 - (DC)^2 = \\ &= R^2 - 2Rz + x^2 + z^2. \end{aligned}$$

Skąd:

$$2Rz = x^2 + z^2 = 80^2 + L^2 (**).$$

Z proporcji boków trójkątów podobnych AFH oraz AJG mamy:

$$(FH):L = z:(80 - L) (****).$$

Oznaczając przekątną kwadratu przez h widać, że

$$FH = h/2 - z.$$

A więc proporcja $(****)$ ma postać:

$$(h/2 - z):L = z:(80 - L).$$

Po obliczeniu wartości z i podstawieniu tej wartości do wzoru $(**)$ otrzymujemy ostatecznie:

$$R^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{80^2 + L^2}{80 - L} \right)^2$$

UZUPEŁNIENIE - KINEMATYKA RELATYWISTYCZNA

Przy prędkościach porównywalnych z prędkością światła w próżni do poprawnego wyliczenia prędkości cząstki o znanej energii kinetycznej potrzebne są nam wzory mechaniki relatywistycznej, oparte o teorię względności Einsteina. W mechanice relatywistycznej, „einsteinowskiej”, masa cząstki w ruchu, m , zwiększa się wraz ze wzrostem prędkości, a więc prędkość cząstki rośnie ze wzrostem energii kinetycznej inaczej niż we wzorze:

$$v^2 = \frac{2E_{kin}}{m}$$

Korzystamy ze wzorów:

- całkowita energia cząstki, E_C , to suma energii kinetycznej, E_{kin} , oraz energii m_0c^2 , równoważnej masie spoczynkowej. Podstawowa zależność:

$$E_C = m_0\gamma c^2 = E_{kin} + m_0c^2$$

- prędkość cząstki, v , wyrażana jest w ułamkach prędkości światła w próżni c ,
$$v = \beta c$$
- liczba γ , we wzorze na całkowitą energię cząstki, jest funkcją prędkości cząstki:

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad \beta = \sqrt{\frac{\gamma^2-1}{\gamma^2}}$$

Wniosek: znając energię kinetyczną E_{kin} i masę spoczynkową m_0 możemy wyliczyć γ oraz β i stąd znaleźć prędkość:

$$E_C = m_0\gamma c^2 = E_{kin} + m_0c^2, \text{ czyli} \\ \gamma = 1 + E_{kin}/m_0c^2, \quad v = \beta c$$

Wzory te pokazują, że cząstka o masie spoczynkowej, różnej od zera, nigdy nie może osiągnąć prędkości światła w próżni, c : liczba γ zawsze jest większa od jednośc, a ułamek β zawsze jest mniejszy od jednośc.